2026

STATISTICS

Course Name : Calculus

Course Code : STS-MAJ-2014

Full Marks : 45

Time : 2 Hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.
Answer either in English or in Assamese

1. Answer the following questions as directed : 1x5=5

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ নিৰ্দেশানুযায়ী উত্তৰ দিয়া ঃ

a) The nth derivative of a^x is :

a^x ৰ n তম অবকলজ হ'ল ঃ

(i) a^x

(ii) $(\log_e a)^n a^x$

(iii) na^x

(iv) None of the above. (ওপৰৰ এটাও নহয়)

(Choose the correct option) (শুদ্ধ বিকল্পটো বাছনি কৰা)

b) The gamma function $\int_0^\infty x^{m-1} e^{-x} dx$ converges for-

গামা ফলন $\int_0^\infty x^{m-1} e^{-x} dx$ অভিসাৰী হবৰ বাবে-

(i) $m > 1$

(ii) $m > 0$

(iii) All real values of m (m ৰ সকলো বাস্তৱ মানৰ বাবে)

(iv) None of the above (ওপৰৰ এটাও নহয়)

(Choose the correct option) (শুদ্ধ বিকল্পটো বাছনি কৰা)

(Turn over)

c) What is the fifth difference of a fourth degree polynomial ?
চাৰি মাত্ৰাৰ বহুপদ সমীকৰণ এটাৰ পঞ্চম অন্তৰ কিমান ?

d) The value of $\Delta^3 0^3$ is
$\Delta^3 0^3$ ৰ মান হ'ল-

(i) 0
(ii) 1
(iii) 6
(iv) None of the above (ওপৰৰ এটাও নহয়)
(Choose the correct option) (শুদ্ধ বিকল্পটো বাছনি কৰা)

e) The value of $\Delta^4 (1-x)^4$ the interval of differencing being unity is 4 (State True or False)
ৰাশিজ অন্তৰাল এক হ'লে $\Delta^4 (1-x)^4$ ৰ মান 4 হয় (সত্য নে অসত্য লিখা)

2. Answer any five from the following questions : 2x5=10
তলৰ যিকোনো পাঁচটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

a) Examine the differentiability at $x=0$ of

$$f(x) = \begin{cases} x^2 Sin\frac{1}{x} & , \; if \quad x \neq 0 \\ 0 & , \; if \quad x = 0 \end{cases}$$

$x=0$ বিন্দুত $f(x) = \begin{cases} x^2 Sin\frac{1}{x} & , \; যদি \quad x \neq 0 \\ 0 & , \; যদি \quad x = 0 \end{cases}$

ৰ অৱকলনীয়তা পৰীক্ষা কৰা।

b) Find the value of (মান নিৰ্ণয় কৰা)

$$\lim_{x\to 0} \frac{Sinx - x}{x^3}$$

c) Define definite integral. State any one property of definite integral.
নিৰ্দিষ্ট সমাকলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। নিৰ্দিষ্ট সমাকলনৰ যিকোনো এটা ধৰ্ম লিখা।

d) Find the value of : (মান নিৰ্ণয় কৰা) $\int_0^1 x^4(1-x)^3 dx$

e) Find $\Delta^2(3e^x)$, if $h=1$
$\Delta^2(3e^x)$ ৰ মান উলিওৱা, যদি $h=1$ হয়।

f) Prove for positive integer m,
ধনাত্মক সংখ্যা m ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে,
$\Delta^2 x^{(m)} = m\,(m-1)\, x^{(m-2)}$

g) Solve : (সমাধান কৰা) $U_{x+1} - 3^x U_x = 0$

3. Answer any four of the following questions : 5x4=20
তলত দিয়া যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

a) Evaluate the limit : (সীমা মূল্যাংকৰণ কৰা)

$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$$

b) Show that (দেখুওৱা যে) : $\beta(m,n) = \frac{\lceil m \lceil n}{\lceil (m+n)}$

c) Evaluate (মূল্যাংকৰণ কৰা) : $\int_0^{\pi/2} \log(Sin\, x)dx$

d) Derive Newton's forward interpolation formula.
নিউটনৰ অগ্ৰবৰ্তী অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো উলিওৱা।

e) Write down the general quadrature formula and then obtain the Simpson's $\frac{3}{8}$ th rule. 1+4=5
সংখ্যাত্মক অনুকলনৰ সাধাৰণ সূত্ৰটো লিখা আৰু তাৰপৰা চিম্পচনৰ $\frac{3}{8}$ অংশ নিয়মটো উলিওৱা।

f) Express the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 10$ in factorial notation and hence show that $\Delta^3 f(x) = 12$ 3+2=5

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 10$ ফলনটো ফেক্টৰিয়েল চিহ্নত প্ৰকাশ কৰা আৰু তাৰপৰা দেখুওৱা যে $\Delta^3 f(x) = 12$

4. Answer any one question from the following : 10x1=10

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ যিকোনো এটাৰ উত্তৰ লিখা ঃ

a) If the roots of the equation-

$(\lambda - x)^3 + (\lambda - y)^3 + (\lambda - z)^3 = 0$ *in* λ *are* $u, v, w,$

prove that

$$\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)} = -2\,\frac{(y-z)(z-x)(x-y)}{(v-w)(w-u)(u-v)}$$ 10

যদি λ ত $(\lambda - x)^3 + (\lambda - y)^3 + (\lambda - z)^3 = 0$ সমীকৰণৰ মূলবোৰ

u, v, w হয়, প্ৰমাণ কৰা যে-

$$\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)} = -2\,\frac{(y-z)(z-x)(x-y)}{(v-w)(w-u)(u-v)}$$

b) (i) Prove the recursion formula of gamma function- 5

গামা ফলনৰ পুনৰাবৃত্তি সূত্ৰ প্ৰমাণ কৰা-

$$\lceil(n+1) = n\lceil n$$

(ii) Explain Newton-Raphson method for obtaining the roots of the equation $f(x) = 0$ 5

$f(x) = 0$ সমীকৰণটোৰ মূল উলিওৱাৰ বাবে নিউটন ৰাফচন পদ্ধতিটো ব্যাখ্যা কৰা।

c) (i) Find the missing term in the following table. 3

তলত দিয়া তালিকাৰ লুপ্তপদটো নিৰ্ণয় কৰা ঃ

x :	1	2	3	4
$f(x)$:	7	–	13	21

(ii) Prepare a divided difference table for the following data.

তলৰ তথ্যৰ পৰা এখন বিভাজিত অন্তৰ তালিকা প্ৰস্তুত কৰা ঃ 3

x :	3	7	9	10
$f(x)$:	168	120	72	63

(iii) Evaluate $\int_0^6 \frac{dx}{1+x}$ by using Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule. 4

চিম্পচনৰ $\frac{1}{3}$ অংশ নিয়মেৰে $\int_0^6 \frac{dx}{1+x}$ ৰ মান উলিওৱা।

●●●