2026

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MAT0600604

(Mechanics)

(Set–B)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer either *in English* or *in Assamese.*

1. Choose the correct answer : 1×8=8

শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা :

(a) Lami's theorem is applicable when a body is in equilibrium under

লামিৰ উপপাদ্য প্ৰযোজ্য হয় যেতিয়া এটা বস্তু সাম্যাৱস্থাত থাকে

(i) two forces

দুটা বলৰ অধীনত

(ii) three concurrent forces
তিনিটা সমবিন্দু বলৰ অধীনত

(iii) parallel forces
সমান্তৰাল বলৰ অধীনত

(iv) non-coplanar forces
অ-সমতলীয় বলৰ অধীনত

(b) Transverse acceleration is given by
অনুপ্ৰস্থ ত্বৰণৰ সূত্ৰটো হ'ল

(i) $r\dot{\theta}^2$

(ii) $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$

(iii) $2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}$

(iv) $r\ddot{\theta}$

(c) In SHM, acceleration is proportional to
সৰল পৰ্যায়বৃত্ত গতি (SHM)ত ত্বৰণ কাৰ সমানুপাতিক?

(i) velocity / বেগ

(ii) displacement / সৰণ

(iii) time / সময়

(iv) energy / শক্তি

(d) In limiting equilibrium on a rough plane, friction is
খহটা সমতলত চৰম সাম্যাৱস্থাত, ঘৰ্ষণ হ'ল

(i) less than limiting friction
চৰম ঘৰ্ষণতকৈ কম

(ii) zero
শূন্য

(iii) greater than limiting friction
চৰম ঘৰ্ষণতকৈ বেছি

(iv) equal to limiting friction
চৰম ঘৰ্ষণৰ সমান

(e) The moment of a couple equals to
এটা বল-যুগ্মৰ ভ্ৰামক হ'ল

(i) Force × Distance between forces
বল × বল দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব

(ii) Force × Displacement
বল × সৰণ

(iii) Force^2
বল^2

(iv) zero
শূন্য

(f) Impulse equals to change in

ঘাতবল বা ইম্পাল্‌ছ হ'ল তলৰ কোনটোৰ পৰিৱৰ্তনৰ সমান?

(i) energy

শক্তি

(ii) velocity

বেগ

(iii) momentum

ভৰবেগ

(iv) force

বল

(g) The resultant of two forces P and Q inclined at an angle θ is

θ কোণত হেলনীয়া হৈ থকা P আৰু Q দুটা বলৰ লব্ধ বল হ'ল

(i) $P+Q$

(ii) $\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\theta}$

(iii) $P-Q$

(iv) $\sqrt{P^2+Q^2-2PQ\cos\theta}$

(h) The CG of a plane area of uniform density bounded by a curve $y=f(x)$, x-axis and two ordinates $x=a$ and $x=b$ is

$y=f(x)$ বক্ৰ, x-অক্ষ আৰু $x=a$ আৰু $x=b$ স্থানাংকই আগুৰি থকা সমতলৰ ভৰকেন্দ্ৰ হ'ল

(i) $\bar{x}=\int_a^b xydx,\ \bar{y}=\int_a^b \frac{1}{2}y^2dx$

(ii) $\bar{x}=\dfrac{\int_a^b xydx}{\int_a^b ydx},\ \bar{y}=\dfrac{\int_a^b y^2dx}{\int_a^b ydx}$

(iii) $\bar{x}=\dfrac{\int_a^b xydx}{\int_a^b ydx},\ \bar{y}=\dfrac{\int_a^b \frac{1}{2}y^2dx}{\int_a^b ydx}$

(iv) $\bar{x}=\dfrac{\int_a^b xdx}{\int_a^b ydx},\ \bar{y}=\dfrac{\int_a^b y^2dx}{\int_a^b ydx}$

2. Answer any *six* questions : 2×6=12

যি কোনো ছয়টা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) State the parallelogram law of forces.

বলৰ সামান্তৰিক সূত্ৰটো লিখা।

(b) Define couple and show that its moment is independent of origin.

বল-যুগ্মৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু দেখুওৱা যে ইয়াৰ ভ্ৰামক মূলবিন্দুৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে।

(c) What is impulsive force? Give one example.

ঘাতবল কি? এটা উদাহৰণ দিয়া।

(d) Define simple harmonic motion and write its differential equation.

সৰল পৰ্যায়বৃত্ত গতিৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ অৱকলন সমীকৰণটো লিখা।

(e) Write the equation of motion of a particle in a resisting medium where resistance varies as velocity.

বাধাপ্ৰাপ্ত মাধ্যমত এটা কণাৰ গতিৰ সমীকৰণ লিখা য'ত বাধা বেগৰ সমানুপাতিক।

(f) State the laws of friction.

ঘৰ্ষণৰ সূত্ৰসমূহ উল্লেখ কৰা।

(g) If $P(r, \theta)$ is the position of a moving particle at any time t, then write the velocity component along the direction of $\vec{r}$ and along the increasing direction of θ.

যদি যি কোনো সময় tত এটা গতিশীল কণাৰ অৱস্থান $P(r, \theta)$ হয়, তেন্তে $\vec{r}$ ৰ দিশত আৰু θ-ৰ বৃদ্ধি পোৱা দিশত বেগৰ উপাদানসমূহ লিখা।

(h) Show that the centre of gravity of a body is unique.

দেখুওৱা যে এটা বস্তুৰ ভৰকেন্দ্ৰ একক বা অনন্য।

(i) Two like-parallel forces P and Q acting on a rigid body at A and B be interchanged in position. Show that the point of application of the resultant will be displaced along AB through a distance d, where

এটা দৃঢ় বস্তু (rigid body)ৰ A আৰু B বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰি থকা দুটা সদৃশ সমান্তৰাল বল (like-parallel forces) P আৰু Qৰ স্থান সালসলনি কৰা হ'ল। দেখুওৱা যে সিহঁতৰ লব্ধ বল (resultant)ৰ প্ৰয়োগ বিন্দু ABৰ দিশত d দূৰত্বলৈ স্থানান্তৰিত হ'ব, য'ত

$$d = \frac{P-Q}{P+Q} \cdot AB, \ (P > Q)$$

(j) The speed v of a particle moving along x-axis is given by the relation

$$v^2 = n^2(8bx - x^2 - 12x)$$

Prove that the motion is simple harmonic.

x-অক্ষৰ দিশত গতি কৰা এটা কণাৰ দ্ৰুতি (speed) v তলৰ সম্বন্ধটোৰ দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰা হৈছে

$$v^2 = n^2(8bx - x^2 - 12x)$$

প্ৰমাণ কৰা যে কণাটোৰ গতি সৰল পৰ্যায়বৃত্ত গতি (simple harmonic motion).

3. Answer any *four* questions : 5×4=20

যি কোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) A point moving in a straight line with simple harmonic motion has velocities v_1 and v_2 when its distances from the centre are x_1 and x_2. Show that the period of motion is

সৰল পৰ্যায়বৃত্ত গতিত সৰলৰেখাত গতি কৰা এটা বিন্দুৰ বেগ v_1 আৰু v_2 যেতিয়া কেন্দ্ৰৰ পৰা ইয়াৰ দূৰত্ব ক্ৰমে x_1 আৰু x_2 হয়। দেখুওৱা যে গতিৰ পৰ্যায়কাল (period of motion) হ'ল

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\left(\dfrac{x_1^2 - x_2^2}{v_1^2 - v_2^2}\right)}}$$

(b) A particle moves towards a centre of attraction starting from rest at a distance a from the centre. If its velocity when at any distance x from the centre varies as $\sqrt{\dfrac{a^2 - x^2}{x^2}}$, find the law of force.

এটা কণাই কেন্দ্ৰৰ পৰা a দূৰত্বত স্থিৰাৱস্থাৰ পৰা আৰম্ভ কৰি আকৰ্ষণ কেন্দ্ৰৰ দিশে গতি কৰে। কেন্দ্ৰৰ পৰা যি কোনো দূৰত্ব xত থাকোতে তাৰ বেগ $\sqrt{\dfrac{a^2 - x^2}{x^2}}$ অনুসৰি সলনি হয়। বলৰ সূত্ৰটো উলিওৱা।

(c) Forces L, M, N act along the sides of the triangle formed by the lines $x + y - 1 = 0$, $x - y + 1 = 0$, $y = 2$. Find the magnitude of their resultant.

L, M, N বল কেইটাই $x + y - 1 = 0$, $x - y + 1 = 0$, $y = 2$ ৰেখা কেইডালেৰে গঠিত ত্ৰিভুজটোৰ বাহুৰ দিশত ক্ৰিয়া কৰি আছে। বলকেইটাৰ লব্ধ বলৰ মাপ উলিওৱা।

(d) Find the centre of gravity of a solid right circular cone.

এটা কঠিন লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ ভৰকেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Three like-parallel forces P, Q, R act at the corners of a triangle ABC. Prove that their resulant will always pass through the centroid of the triangle if $P = Q = R$.

এটা ত্ৰিভুজ ABCৰ চুকত P, Q, R তিনিটা সদৃশ সমান্তৰাল বল ক্ৰিয়া কৰে। প্ৰমাণ কৰা যে যদি $P = Q = R$ হয়, তেন্তে সিহঁতৰ লব্ধ বলে সদায় ত্ৰিভুজটোৰ মধ্যকেন্দ্ৰ (centroid)ৰ মাজেৰে পাৰ হ'ব।

(f) Prove that, if the time t regarded as a function of position x, the retardation is

$$u^3 \frac{d^2 t}{dx^2}$$

where u is the velocity.

প্ৰমাণ কৰা যে, যদি সময় tক অৱস্থান xৰ ফলন হিচাপে গণ্য কৰা হয়, তেন্তে মন্দন (retardation) হ'ল

$$u^3 \frac{d^2t}{dx^2}$$

য'ত u হ'ল বেগ।

(g) A shot of mass m penetrates a thickness k of a fixed plate of mass M. Prove that if the plate be free to move, then the thickness penetrated is

$$\frac{k}{1+\frac{m}{k}}$$

m ভৰৰ এটা গুলিয়ে M ভৰৰ এখন স্থিৰ প্লেটৰ k গভীৰতালৈ ভেদ কৰিব পাৰে। প্ৰমাণ কৰা যে যদি প্লেটখন মুক্তভাৱে লৰচৰ কৰিব পাৰে, তেন্তে গুলিটোৱে ভেদ কৰা গভীৰতা হ'ব

$$\frac{k}{1+\frac{m}{k}}$$

(h) ABC is a triangle. Forces P, Q, R acting along the lines OA, OB, OC are in equilibrium. Prove that if O is the orthocentre of the triangle ABC, then

$$\frac{P}{a} = \frac{Q}{b} = \frac{R}{c}$$

where $a = BC$, $b = CA$ and $c = AB$.

ABC এটা ত্ৰিভুজ। OA, OB, OCৰ দিশত ক্ৰিয়া কৰা P, Q, R বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত আছে। প্ৰমাণ কৰা যে যদি O ত্ৰিভুজ ABCৰ লম্বকেন্দ্ৰ (orthocentre) হয়, তেন্তে

$$\frac{P}{a} = \frac{Q}{b} = \frac{R}{c}$$

য'ত $a = BC$, $b = CA$ আৰু $c = AB$.

4. Answer any *two* questions : 10×2=20

যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) The velocities of a particle along and perpendicular to the radius from a fixed origin are λr and $\mu\theta$; find the path and show that the accelerations along and perpendicular to the radius vector are

$$\lambda^2 - \frac{\mu^2\theta^2}{r} \text{ and } \mu\theta\left(\lambda + \frac{\mu}{r}\right)$$

4+6=10

এটা স্থিৰ মূলবিন্দুৰ পৰা ব্যাসাৰ্ধৰ দিশত আৰু তাৰ লম্ব দিশত এটা কণাৰ বেগ ক্ৰমে λr আৰু $\mu\theta$; ইয়াৰ গতিপথ উলিওৱা আৰু দেখুওৱা যে ব্যাসাৰ্ধ ভেক্টৰৰ দিশত আৰু তাৰ লম্ব দিশত ত্বৰণ হ'ল ক্ৰমে

$$\lambda^2 - \frac{\mu^2\theta^2}{r} \text{ আৰু } \mu\theta\left(\lambda + \frac{\mu}{r}\right)$$

(b) (i) Two masses m_1 and m_2 are connected by a fine inelastic string which passes over a smooth fixed pulley. The larger mass m_2 rests on a horizontal table; m_1 is then raised h feet vertically above its position of rest and let fall. Show that the interval between m_2 leaving the table and returning to it again is

$$\frac{2m_1}{m_2 - m_1}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$ 5

এটা মিহি স্থিৰ কপিকল (pulley)ৰ ওপৰেৰে পাৰ হৈ যোৱা এডাল মিহি অ-স্থিতিস্থাপক সূতাৰ দ্বাৰা m_1 আৰু m_2 দুটা ভৰ সংযোগ কৰা হৈছে। ডাঙৰ ভৰ m_2 এটা আনুভূমিক মেজত (horizontal table) আছে, m_1ক তাৰ স্থিৰ অৱস্থানৰ পৰা উলম্বভাৱে h ফুট ওপৰলৈ উঠাই এৰি দিয়া হ'ল। দেখুওৱা যে m_2 এ মেজখন এৰি দিয়া আৰু পুনৰ তাৰ ওপৰলৈ ঘূৰি অহাৰ মাজৰ সময়ৰ ব্যৱধান হ'ল

$$\frac{2m_1}{m_2 - m_1}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(ii) The position of a particle moving in a straight line is given by $x = a\cos nt + b\sin nt$. Prove that it executes simple harmonic motion, and amplitude is $\sqrt{a^2 + b^2}$. 5

এটা সৰলৰেখাত গতি কৰা বস্তুকণাৰ অৱস্থান এনেদৰে দিয়া হৈছে

$$x = a\cos nt + b\sin nt$$

প্ৰমাণ কৰা যে ই সৰল পৰ্যায়বৃত্ত গতি কৰে আৰু ইয়াৰ বিস্তাৰ হ'ল $\sqrt{a^2 + b^2}$.

(c) (i) State and prove Lami's theorem for three concurrent forces. 5

তিনিটা সমবিন্দুগামী বলৰ বাবে লামিৰ উপপাদ্যটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(ii) If the resultant of the forces P and Q be equal to that of the forces $P + S$ and $Q - S$ acting at the same angle $(S \neq Q - P)$, then find the magnitude of the resultant. 5

যদি P আৰু Q বলৰ লব্ধ, একে কোণত ক্ৰিয়া কৰি থকা $P + S$ আৰু $Q - S$ৰ লব্ধৰ সমান হয় $(S \neq Q - P)$, তেন্তে লব্ধৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(d) (i) Define coefficient of friction. Prove that the tangent of the angle of friction is equal to coefficient of friction. 2+3=5

ঘৰ্ষণ গুণাংকৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে ঘৰ্ষণ কোণৰ tangent ৰ মান ঘৰ্ষণ গুণাংকৰ সমান।

(ii) Find the centre of gravity of the homogeneous area bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and the double ordinate $x = h$. 5

$y^2 = 4ax$ পৰাবৃত্ত আৰু দ্বিগুণ কোটি $x = h$ য়ে আগুৰা সমজাতীয় ক্ষেত্ৰখনৰ ভৰকেন্দ্ৰ উলিওৱা।

(e) (i) A particle is projected upwards with a velocity U in a medium whose resistance varies as the square of the velocity. Prove that the greatest height attained by the particle is

$$\frac{V^2}{2g}\log\frac{V^2+U^2}{V^2}$$

where V is the terminal velocity. 5

বস্তুকণা এটাক এটা প্ৰতিৰোধী মাধ্যমত, য'ত প্ৰতিৰোধ বেগৰ বৰ্গৰে সলনি হয়, U বেগেৰে ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰা হৈছে। প্ৰমাণ কৰা যে কণাটোই অতিক্ৰম কৰা সৰ্বোচ্চ দূৰত্ব হ'ল

$$\frac{V^2}{2g}\log\frac{V^2+U^2}{V^2}$$

য'ত V হ'ল টাৰ্মিনেল বেগ।

(ii) State Newton's laws of motion. Also derive a method of measuring force from the second law. 3+2=5

নিউটনৰ গতি বিষয়ক সূত্ৰসমূহ লিখা। লগতে দ্বিতীয় সূত্ৰৰ পৰা বল জোখাৰ এটা পদ্ধতি নিৰ্ণয় কৰা।

★★★