

1 (Sem-6/FYUGP) MAT 61 MN/(A)

2 0 2 6

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MAT0600504

(Partial Differential Equations)

(Set—A)

Full Marks : 45

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions.*

1. Answer the following as directed : 1×5=5

নির্দেশ অনুসৰি তলত দিয়াবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

**(a) The partial differential equation
 $q = 3p^2$ is**

আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $q = 3p^2$ হ'ল

(i) linear/ৰৈখিক

(ii) semi-linear/অৰ্ধ-ৰৈখিক

(iii) quasi-linear/quasi-ৰৈখিক

(iv) non-linear/অৰৈখিক

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(2)

(b) What type of partial differential equation is readily solved by Charpit's method?

Charpitৰ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি কেনেধৰণৰ আংশিক অৱকলন সমীকৰণ সমাধান কৰা হয় ?

(c) Obtain the first-order partial differential equation whose general solution is $z = f(x, y)$.

প্ৰথম ক্ৰমৰ আংশিক অৱকলন সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ সাধাৰণ সমাধান হ'ল $z = f(x, y)$.

(d) For solving partial differential equations involving three or more independent variables, we use

তিনিটা বা ততোধিক স্বতন্ত্ৰ চলক থকা আংশিক অৱকলন সমীকৰণ সমাধান কৰিবলৈ তলৰ কোনটো পদ্ধতি আমি ব্যৱহাৰ কৰোঁ ?

(i) Lagrange's method

Lagrangeৰ পদ্ধতি

(ii) Charpit's method

Charpitৰ পদ্ধতি

(iii) Jacobi's method

Jacobi ৰ পদ্ধতি

(iv) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(3)

(e) The partial differential equation $y^2 u_{xx} - x^2 u_{yy} = 0$ is classified as

আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $y^2 u_{xx} - x^2 u_{yy} = 0$ ক তলৰ কোনটোভাৱে বৰ্গীকৃত কৰা হয় ?

(i) parabolic

অধিবৃত্তীয়

(ii) elliptic

উপবৃত্তীয়

(iii) hyperbolic

পৰাবৃত্তীয়

(iv) All of the above

ওপৰৰ গোটেইকেইটা

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

2. Answer any five of the following questions :

2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Form a partial differential equation by eliminating the arbitrary constants a and b from $z = ax^3 + by^3$.

$z = ax^3 + by^3$ ৰ পৰা স্বেচ্ছাধীন ধ্ৰুৱক a আৰু b আতৰ কৰি আংশিক অৱকলন সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (b) Form a partial differential equation by eliminating the arbitrary function ϕ from $z = e^{ny}\phi(x-y)$.

$z = e^{ny}\phi(x-y)$ ৰ পৰা স্বেচ্ছাধীন ফলন ϕ অপসাৰণ কৰি আংশিক অৱকলন সমীকৰণ গঠন কৰা।

- (c) Solve (সমাধান কৰা) :

$$p+q=1$$

- (d) For a non-linear partial differential equation $f(x, y, z, p, q) = 0$, write down Charpit's auxiliary equations.

এটা অৰৈখিক আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $f(x, y, z, p, q) = 0$ ৰ বাবে Charpitৰ সহায়ক সমীকৰণ লিখা।

- (e) Consider a first-order partial differential equation which can be written in the form $z = px + qy + f(p, q)$. What is the name of such form of a partial differential equation? Write down the complete integral of this partial differential equation.

ধৰা এটা প্ৰথম-ক্ৰমৰ আংশিক অৱকলন সমীকৰণ যিটো সমীকৰণ $z = px + qy + f(p, q)$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। এনেকুৱা আংশিক অৱকলন সমীকৰণক কি নামেৰে জনা যায়? উক্ত আংশিক অৱকলন সমীকৰণটোৰ সম্পূৰ্ণ অনুকলনটো লিখা।

- (f) What do you mean by a complete integral and a general integral as applied to the solutions of first-order partial differential equations? Explain.

প্ৰথম-ক্ৰমৰ আংশিক অৱকলন সমীকৰণ সমাধানত প্ৰয়োগ হোৱা সম্পূৰ্ণ অনুকলন আৰু সাধাৰণ অনুকলন বুলিলে কি বুজা? বৰ্ণনা কৰা।

- (g) Consider the partial differential equation $p_1x_1 + p_2x_2 = p_3^2$. Write down Jacobi's auxiliary equations.

এটা আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $p_1x_1 + p_2x_2 = p_3^2$ ৰ বাবে Jacobiৰ সহায়ক সমীকৰণ লিখা।

- (h) Explain briefly the relationship between the surfaces represented by $Pp + Qq = R$ and $Pdx + Qdy + Rdz = 0$.

$Pp + Qq = R$ আৰু $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ ৰ দ্বাৰা প্ৰতিনিধিত্ব কৰা পৃষ্ঠসমূহৰ মাজৰ সম্বন্ধটো চমুকৈ ব্যাখ্যা কৰা।

- (i) Define first-order quasi-linear and semi-linear partial differential equations.

প্ৰথম-ক্ৰমৰ quasi-বৈখিক আৰু অৰ্ধবৈখিক আংশিক অৱকলন সমীকৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (j) Find the complete integral of $pq = 1$.

$pq = 1$ ৰ সম্পূৰ্ণ সমাকল উলিওৱা।

3. Answer any four of the following questions :

5×4=20

তলৰ প্রশ্নবোৰৰ যি কোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) Form a partial differential equation by eliminating the arbitrary function ϕ from $z = (x - y)\phi(x^2 + y^2)$.

$z = (x - y)\phi(x^2 + y^2)$ ৰ পৰা স্বেচ্ছাধীন ফলন ϕ অপসাৰণ কৰি আংশিক অৱকলন সমীকৰণ গঠন কৰা।

- (b) Solve (সমাধান কৰা) :

$$xzp + yzq = xy$$

- (c) Solve (সমাধান কৰা) :

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$$

- (d) Solve $u_x = 4u_y$ using separation of variables.

চলক পৃথকীকৰণেৰে $u_x = 4u_y$ ৰ সমাধান কৰা।

- (e) Reduce the equation $yu_x + u_y = x$ to canonical form and obtain the general solution.

সমীকৰণ $yu_x + u_y = x$ ক কেন'নিকেল ৰূপলৈকে হ্ৰাসকৰণ কৰা আৰু সাধাৰণ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

- (f) Use $u(x, y) = f(x) + g(y)$ to solve the equation $u_x^2 + u_y^2 + x^2 = 0$.

$u(x, y) = f(x) + g(y)$ ব্যৱহাৰ কৰি $u_x^2 + u_y^2 + x^2 = 0$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

- (g) Find a complete integral of $yzp^2 - q = 0$.

$yzp^2 - q = 0$ ৰ এটা সম্পূৰ্ণ সমাকলন উলিওৱা।

- (h) Solve (সমাধান কৰা) :

$$p \tan x + q \tan y = \tan z$$

4. Answer any one of the following questions : 10

তলৰ প্রশ্নবোৰৰ যি কোনো এটাৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) Transform the equation

$$3u_{xx} + 10u_{xy} + 3u_{yy} = 0$$

to canonical form and hence find the general solution.

সমীকৰণ $3u_{xx} + 10u_{xy} + 3u_{yy} = 0$ ক কেন'নিকেল ৰূপলৈ ৰূপান্তৰ কৰা আৰু তাৰ পৰা সাধাৰণ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

- (b) Find the integral surface of $x^2p + y^2q + z^2 = 0$ which passes through the hyperbola $xy = x + y, z = 1$.

$xy = x + y, z = 1$ পৰাবৃত্তৰ মাজেৰে যোৱা আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $x^2p + y^2q + z^2 = 0$ ৰ সমাকল পৃষ্ঠ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Solve $xpq + yq^2 = 1$ by Jacobi's method.

Jacobiৰ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $xpq + yq^2 = 1$ ৰ
সমাধান কৰা।

(d) Find a complete integral of $p^2x + q^2y = z$
by Charpit's method.

Charpitৰ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $p^2x + q^2y = z$ ৰ
সম্পূৰ্ণ সমাকলন নিৰ্ণয় কৰা।
