2026

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MAT0600504

(Partial Differential Equations)

(Set–B)

Full Marks : 45

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. Answer the following as directed : 1×5=5

তলত দিয়াবোৰৰ নিৰ্দেশানুসাৰে উত্তৰ দিয়া :

(a) The partial differential equation $p^2 + q^2 = 1$ is

আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $p^2 + q^2 = 1$ হ'ল

(i) linear / ৰৈখিক

(ii) semi-linear / অৰ্ধ-ৰৈখিক

(iii) quasi-linear / quasi-ৰৈখিক

(iv) non-linear / অৰৈখিক

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(b) The first-order, quasi-linear and linear partial differential equations are solved by

প্ৰথম-ক্ৰমৰ, quasi-ৰৈখিক আৰু ৰৈখিক আংশিক অৱকলন সমীকৰণবোৰ সমাধান কোনটো পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি কৰা হয়?

(i) Lagrange's method

লাগ্ৰাঞ্জৰ পদ্ধতি

(ii) Charpit's method

Charpitৰ পদ্ধতি

(iii) Jacobi's method

Jacobiৰ পদ্ধতি

(iv) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(c) What type of partial differential equation is readily solved by Charpit's method?

Charpitৰ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি কেনেধৰণৰ আংশিক অৱকলন সমীকৰণ সমাধান কৰা হয়?

(d) The partial differential equation

$$x^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$$

is classified as

(Continued)

আংশিক অৱকলন সমীকৰণ

$$x^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + y^2 u_{yy} = 0 \text{ ক}$$

শ্ৰেণীবিভক্ত কৰা হয়

(i) parabolic / অধিবৃত্তাকাৰ ভাৱে

(ii) elliptic / উপবৃত্তাকাৰ ভাৱে

(iii) hyperbolic / পৰাবৃত্তাকাৰ ভাৱে

(iv) All of the above / ওপৰৰ সকলোবোৰ

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(e) Obtain the first-order partial differential equation whose general solution is of the form $z(x, y) = g(x+2y)$.

প্ৰথম-ক্ৰমৰ আংশিক অৱকলন সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ সাধাৰণ সমাধান হ'ল $z(x, y) = g(x+2y)$.

2. Answer any *five* of the following questions : 2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Form a partial differential equation by eliminating arbitrary constants a and b from $z = ax + a^2y^2 + b$.

$z = ax + a^2y^2 + b$ৰ পৰা যাদৃচ্ছিক ধ্ৰুৱক a আৰু b আতৰ কৰি আংশিক অৱকলন সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Form a partial differential equation by eliminating function f from $z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right)$.

(Turn Over)

$z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right)$ৰ পৰা ফলন f বিলুপ্ত কৰি এটা আংশিক অৱকলন সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Solve (সমাধান কৰা) :

$$zp = -x$$

(d) For a given non-linear partial differential equation $f(x, y, z, p, q) = 0$, write down Charpit's auxiliary equations.

এটা অৰৈখিক আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $f(x, y, z, p, q) = 0$ৰ বাবে Charpitৰ সহায়ক সমীকৰণ লিখা।

(e) Consider a first-order partial differential equation which can be written in the form $z = px + qy + f(p, q)$. What is the name of such form of a partial differential equation? Write down the complete integral of this partial differential equation.

ধৰা এটা প্ৰথম-ক্ৰমৰ আংশিক অৱকলন সমীকৰণ যিটো সমীকৰণ $z = px + qy + f(p, q)$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। এনেকুৱা আংশিক অৱকলন সমীকৰণক কি নামেৰে জনা যায়? উক্ত আংশিক অৱকলন সমীকৰণটোৰ সম্পূৰ্ণ অনুকলনটো লিখা।

(f) What do you mean by a complete integral and a general integral as applied to the solutions of first-order partial differential equations? Explain.

প্ৰথম-ক্ৰমৰ আংশিক অৱকলন সমীকৰণ সমাধানত প্ৰয়োগ হোৱা সম্পূৰ্ণ অনুকলন আৰু সাধাৰণ অনুকলন বুলিলে কি বুজা? বৰ্ণনা কৰা।

(g) Consider the partial differential equation $p_1^3 + p_2^2 + p_3 = 1$. Write down Jacobi's auxiliary equations.

এটা আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $p_1^3 + p_2^2 + p_3 = 1$ৰ বাবে Jacobiৰ সহায়ক সমীকৰণ লিখা।

(h) Explain briefly the relationship between the surfaces represented by $Pp + Qq = R$ and $Pdx + Qdy + Rdz = 0$.

$Pp + Qq = R$ আৰু $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ৰ দ্বাৰা দৰ্শোৱা পৃষ্ঠৰ মাজৰ সম্বন্ধৰ বিষয়ে চমুকৈ বৰ্ণনা কৰা।

(i) Define first-order quasi-linear and semi-linear partial differential equations.

প্ৰথম-ক্ৰমৰ quasi-ৰৈখিক আৰু অৰ্ধ-ৰৈখিক আংশিক অৱকলন সমীকৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(j) Write down the working rule for solving the quasi-linear partial differential equation of order one namely $Pp + Qq = R$ by Lagrange's method.

প্ৰথম-ক্ৰমৰ quasi-ৰৈখিক আংশিক অৱকলন সমীকৰণ $Pp + Qq = R$ক Lagrange (লাগ্ৰাঞ্জ)ৰ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰিবলৈ মুখ্য কৰ্মবিধি আৰু নিয়ম লিখা।

3. Answer any *four* of the following questions : 5×4=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Form a partial differential equation by eliminating arbitrary function ϕ from

$$\phi(x^2+y^2+z^2,\ z^2-2xy)=0$$

$\phi(x^2+y^2+z^2,\ z^2-2xy)=0$ৰ পৰা যাদৃচ্ছিক ফলন বিলুপ্ত কৰি এটা আংশিক অৱকলন সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Solve (সমাধান কৰা) :

$$xp-yq=xy$$

(c) Solve (সমাধান কৰা) :

$$z(x+y)p+z(x-y)q=x^2+y^2$$

(d) Find the equation of the integral surface of the differential equation

$$(x^2-yz)p+(y^2-zx)q=z^2-xy$$

which passes through the line $x=1$ and $y=0$.

$x=1$ আৰু $y=0$ ৰেখাৰ মাজেৰে যোৱা অৱকলন সমীকৰণ $(x^2-yz)p+(y^2-zx)q=z^2-xy$ৰ অনুকলন পৃষ্ঠৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Reduce the equation $u_x-u_y=u$ to canonical form and obtain the general solution.

সমীকৰণ $u_x-u_y=u$ক কেননিকেল আকৃতিলৈকে হ্ৰাসকৰণ কৰা আৰু সাধাৰণ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Use the separation of variables $u(x,y)=f(x)+g(y)$ to solve the equation $u_x^2+u_y^2=1$.

পৰিৱৰ্তনশীলৰ পৃথকীকৰণ $u(x,y)=f(x)+g(y)$ ব্যৱহাৰ কৰি সমীকৰণ $u_x^2+u_y^2=1$ক সমাধান কৰা।

(g) Solve (সমাধান কৰা) :

$$(y-z)p+(z-x)q=x-y$$

(h) Find a complete integral of $(p^2+q^2)x=pz$.

$(p^2+q^2)x=pz$ৰ পূৰ্ণ সমাকল নিৰ্ণয় কৰা।

4. Answer any *one* of the following questions : 10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো এটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Reduce the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$$

to canonical form and hence solve it.

সমীকৰণ $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ক কেননিকেল আকৃতিলৈকে হ্ৰাসকৰণ কৰা আৰু গতিকে ইয়াক সমাধান কৰা।

(b) Find the integral surface of the partial differential equation

$$(x-y)p+(y-x-z)q=z$$

through the circle $z=1$ and $x^2+y^2=1$.

$z=1$ আৰু $x^2+y^2=1$ বৃত্তৰ মাজেৰে যোৱা আংশিক অৱকল সমীকৰণ $(x-y)p+(y-x-z)q=z$ৰ সমাকল পৃষ্ঠ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Solve $p^2x+q^2y=z$ by Jacobi method.

Jacobi পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $p^2x+q^2y=z$ক সমাধান কৰা।

(d) Find a complete integral of $xp+3yq=2(z-x^2q^2)$ by Charpit's method.

Charpitৰ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $xp+3yq=2(z-x^2q^2)$ৰ পূৰ্ণ সমাকল নিৰ্ণয় কৰা।

★★★