2026

MATHEMATICS

Course Name : Calculus

Course Code : MAT-MAJ-2014

Full Marks : 45

Time : 2 Hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.
Answer either in English or in Assamese

1. Answer the following questions : 1x5=5
তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

a) The nth derivative of x^n is........... (Fill in the blank)
x^n ৰ n তম অৱকলজটো হ'ল............ । (খালী ঠাই পূৰণ কৰা)

b) Can L'Hopital's rule be applied to evaluate limits which are not in indeterminate form ?
অনিৰ্ণেয় ৰূপত নথকা চৰম মান নিৰ্ণয় কৰিবলৈ L'Hopital ৰ নিয়ম প্ৰয়োগ কৰিব পাৰিনে ?

c) How is a surface of revolution generated ?
ঘূৰ্ণন পৃষ্ঠ কেনেকৈ উৎপন্ন কৰা হয় ?

d) Define asymptotes.
অনন্তস্পৰ্শী ৰেখাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

e) Define point of inflexion.
বক্ৰীকৰণ বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2. Answer the following questions (*any five*) : 2x5=10
তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা (যিকোনো পাঁচটা) ঃ

a) Find the nth derivative of $y = xe^{ax}$ using Leibnitz's rule.
লীবনিট্‌জৰ নিয়মৰ সহায়ত $y = xe^{ax}$ ৰ n-তম অৱকলজ নিৰ্ণয় কৰা।

b) Obtain the reduction formula for $\int tan^n x dx$

$\int tan^n x dx$ ৰ হ্ৰাসমান সূত্ৰ উলিওৱা।

(Turn over)

c) Examine if $f(x) = x^4$ has a point of inflection at $x = 0$.
$f(x) = x^4$ ফলনটোৰ $x = 0$ বিন্দুত বক্ৰীকৰণ বিন্দু আছেনে নাই পৰীক্ষা কৰা।

d) Given $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Use second derivative of f to determine the intervals on which f is cancave up and cancave down. Is there any inflection point on the curve ?
ধৰা $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ বুলি দিয়া আছে। f ৰ দ্বিতীয় অৱকলজ ব্যৱহাৰ কৰি কোন কোন অন্তৰালত f উৰ্দ্ধাভিমুখী বক্ৰ আৰু অধোভিমুখী বক্ৰ হয় তাক নিৰ্ণয় কৰা। বক্ৰৰেখাটিত কোনো বক্ৰীকৰণ বিন্দু আছে নেকি ?

e) Find the arc length of the curve $y = x^{3/2}$ on the interval [0, 5].
[0, 5] অন্তৰালত $y = x^{3/2}$ বক্ৰৰেখাটোৰ চাপ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

f) Applying L'Hopilal's rule, evaluate $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}(1 - tanx)sec2x$
L'Hopilal' ৰ নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি মান নিৰ্ণয় কৰা $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}(1 - tanx)sec2x$

g) Find the asymptotes parallel to *x-axis* and *y-axis* of the curve $x^2y^2 = a^2y^2 + b^2x^2$.
$x^2y^2 = a^2y^2 + b^2x^2$ বক্ৰৰ x অক্ষ আৰু y অক্ষৰ সমান্তৰাল অনন্তস্পৰ্শী ৰেখা নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer the following questions (*any four*) : 5x4=20
তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যিকোনো চাৰিটা) ঃ

a) If (যদি) $y = x^{n-1}$ logx, then prove that (তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে)

$$y_n = \frac{(n-1)!}{x}$$

b) Obtain the reduction formula for $\int sec^n x dx$
$\int sec^n x dx$ ৰ হ্ৰাসমান সূত্ৰ উলিওৱা।

c) State and prove Leibnitz's rule 1+4=5
লীবনিট্‌জৰ নিয়মটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

d) Trace the curve $x^3 + y^3 = 3axy$
$x^3 + y^3 = 3axy$ বক্ৰটো অংকন কৰা।

e) Find the volume of the solid generated when the region bounded by the parabola $y = x^2$ and the line $y = x$ revolved about $y-$axis.
$y = x^2$ অধিবৃত্ত আৰু $y = x$ ৰেখা ৰ দ্বাৰা আবদ্ধ অংশটোক y -অক্ষৰ চাৰিওফালে ঘূৰালে উৎপন্ন হোৱা ঘনবস্তুটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

f) Find the asymptotes of the curve
তলত দিয়া বক্ৰৰেখাটোৰ অনন্তস্পৰ্শী ৰেখা নিৰ্ণয় কৰা।
$2x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3 - 4x^2 + 8xy - 4x + 1 = 0$

4. Answer the following questions (*any one*) : 10x1=10
তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যিকোনো এটা) ঃ

a) A travel company plans to sponsor a special tour to Africa. There will be accommodations for no more than 40 people, and the tour will be cancelled if no more than 10 people book reservations. Based on past experience, the manager determines that if n people book the tour, the profit (in Rupees) may be modelled by the function
$p(n) = -n^3 + 27.6n^2 + 970.2n - 4235$. For what size tour group is profit maximized ?

এটা ভ্ৰমণ সংস্থাই এবাৰ আফ্ৰিকালৈ এটা বিশেষ ভ্ৰমণ আয়োজন কৰাৰ পৰিকল্পনা কৰিলে। এই ভ্ৰমণৰ বাবে সৰ্বাধিক ৪০ জন মানুহৰ বাবে থকা-খোৱাৰ ব্যৱস্থা থাকিব, আৰু যদি ১০ জনতকৈ অধিক মানুহে আগতীয়াকৈ সংৰক্ষণৰ ব্যৱস্থা নকৰে তেন্তে ভ্ৰমণটো বাতিল কৰা হ'ব। আগৰ অভিজ্ঞতাৰ ভিত্তিত প্ৰবন্ধকে নিৰ্ণয় কৰিছে যে যদি n জন মানুহে এই ভ্ৰমণৰ বাবে আগতীয়া সংৰক্ষণ কৰে, তেন্তে লাভ (টকাৰ হিচাপত) তলৰ ফলনৰ দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰিব পাৰি-
$p(n) = -n^3 + 27.6n^2 + 970.2n - 4235$
লাভ সৰ্বাধিক হ'বলৈ হ'লে ভ্ৰমণ দলটোৰ আকাৰ কিমান হ'ব লাগিব ?

b) Obtain the reduction formula for $\int cos^m x \cos nxdx$ and hence evaluate $\int cos^5 x \cos 4xdx$ 6+4=10

$\int cos^m x \cos nxdx$ হ্ৰাসমান সূত্ৰ উলিওৱা আৰু ইয়াৰ পৰা

$\int cos^5 x \cos 4xdx$ মান উলিওৱা।

c) (i) Find the whole length of the astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$

$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ এষ্ট্ৰয়েড বক্ৰৰেখাৰ মুঠ চাপ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

5

(ii) Find a formula for the surface area of a sphere of radius r.

r ব্যাসাৰ্ধৰ গোলক এটাৰ পৃষ্ঠকালিৰ সূত্ৰ নিৰ্ণয় কৰা। 5

◆◆◆