Total number of printed pages–12

1 (Sem–4/FYUGP) MAT 42 MN/(A)

2026

MATHEMATICS

(Minor)

SET–A

Paper : MAT4400604MN

(Analytical Geometry)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

SET–A

*Answer **either** in English **or** in Assamese.*

1. Answer the following questions : 1×8=8

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) For what value of λ, the equation $6x^2 - 5xy + \lambda y^2 = 0$ represent a pair of perpendicular lines?

λ-ৰ কি মানৰ বাবে $6x^2 - 5xy + \lambda y^2 = 0$ সমীকৰণে এ যোৰ পৰস্পৰ লম্বভাৱে থকা সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰিব?

(b) What is the latus rectum of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$?

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তৰ নাভিলম্ব কি হয়?

(c) If $ab - h^2 = 0$, then $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents a ________.

(Fill in the blank)

যদি $ab - h^2 = 0$, তেনেহলে $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এ এটা ________ নিৰ্দেশ কৰে।

(খালী ঠাই পূৰণ কৰা)

(d) Define asymptote to a curve.

এটা বক্ৰৰ অনন্তস্পৰ্শী ৰেখাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(e) Find the nature of the conic represented by polar equation $\frac{5}{\pi} = 2 - 2\cos\theta$.

ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণ $\frac{5}{\pi} = 2 - 2\cos\theta$-এ নিৰ্দেশ কৰা শাংকৰটো কি হয় উলিওৱা।

(f) Find the equation of the sphere whose centre is $(2, 3, -4)$ and radius is 5.

এটা গোলকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ কেন্দ্ৰ $(2, 3, -4)$ আৰু ব্যাসাৰ্ধ 5।

(g) Find the angle between the vector $\vec{u} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{v} = 2\hat{i} + 7\hat{j} + 6\hat{k}$.

ভেক্টৰ $\vec{u} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ আৰু $\vec{v} = 2\hat{i} + 7\hat{j} + 6\hat{k}$-ৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

(h) Find a vector that is orthogonal to both of the vectors $\vec{u} = \langle 2, -1, 3 \rangle$ and $\vec{v} = \langle -7, 2, -1 \rangle$.

ভেক্টৰ $\vec{u} = \langle 2, -1, 3 \rangle$ আৰু $\vec{v} = \langle -7, 2, -1 \rangle$ -ৰ প্ৰতিটোৰ সৈতে লম্ব হোৱা এটা ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

2. Answer ***any six*** parts : $2 \times 6 = 12$

যিকোনো ছয়টা অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Find the equation of the line $y = \sqrt{3}x$ when the axes are rotated through an angle $\pi/3$.

ৰেখা $y = \sqrt{3}x$ -ৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা, যেতিয়া অক্ষ যুগলক $\pi/3$ কোণেৰে ঘূৰোৱা হয়।

(b) Find the angle between the lines $y^2 + xy - 2x^2 - 5x - y - 2 = 0$.

$y^2 + xy - 2x^2 - 5x - y - 2 = 0$ ৰেখাবোৰৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Discuss the nature of the conic represented by $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 18x - 101y + 19 = 0$.

তলৰ শাংকৰটোৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা ঃ

$$9x^2 - 24xy + 16y^2 - 18x - 101y + 19 = 0$$

(d) Find the equation of the tangent at $(1, -1)$ to the conic $y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$.

$(1, -1)$ বিন্দুত $y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$ শাংকৰটোৰ স্পৰ্শক ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(e) Find the equation of the directrix of the conic $\mu \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1$.

$\mu \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1$ শাংকৰটোৰ নিৰ্দেশিকাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(f) Find the cylindrical co-ordinates of the point whose Cartesian co-ordinates are $(1, \sqrt{3}, 2)$.

এটা বিন্দুৰ বেলনাকাৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা যাৰ কাৰ্টেছীয় স্থানাংক $(1, \sqrt{3}, 2)$।

(g) Find the equation of the parabola whose focus is the point $(-1, 1)$ and directrix is the line $x + y + 1 = 0$.

$(-1, 1)$ নাভিবিন্দু আৰু $x + y + 1 = 0$ ৰেখা নিয়ামিকা হোৱা অধিবৃত্তৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(h) Find the centre and radius of the sphere

$x^2+y^2+z^2-6x+8y-10z+1=0$.

$x^2+y^2+z^2-6x+8y-10z+1=0$

গোলকৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

(i) Find the area of the triangle that is determined by the points $P_1(2, 2, 0)$, $P_2(-1, 0, 2)$ and $P_3(0, 4, 3)$.

$P_1(2, 2, 0)$, $P_2(-1, 0, 2)$ আৰু $P_3(0, 4, 3)$ বিন্দুৰ দ্বাৰা নিৰ্ধাৰিত ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল নিৰ্ণয় কৰা।

(j) Find the parametric equations of the line passing through $(1, 2, -3)$ and parallel to $\vec{v}=4\hat{i}+5\hat{j}-7\hat{k}$.

$\vec{v}=4\hat{i}+5\hat{j}-7\hat{k}$-ৰ সমান্তৰাল আৰু বিন্দু $(1, 2, -3)$-ৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ পেৰামেট্ৰিক সমীকৰণসমূহ উলিওৱা।

3. Answer ***any four*** parts : 5×4=20

যিকোনো চাৰিটা অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Prove that $a+b$ and $ab-h^2$ obtained from $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c$ remain invariant under transformation of rotation.

প্ৰমাণ কৰা যে,

$ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c$-ৰ পৰা প্ৰাপ্ত $a+b$ আৰু $ab-h^2$ ৰাশি দুটা ঘূৰ্ণীয় ৰূপান্তৰ সাপেক্ষে অপৰিবৰ্ত্তনীয় হৈ থাকে।

(b) Find the equation of the bisectors of the angles between the lines

$x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=0$.

$x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=0$ ৰেখাদ্বয়ৰ মধ্যবৰ্তী কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক দুডালৰ যৌথ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Find the product of the perpendiculars from (x_1, y_1) to the lines represented by $ax^2+2hxy+by^2=0$.

(x_1, y_1) বিন্দুৰ পৰা $ax^2+2hxy+by^2=0$ ৰেখাসমূহৰ লম্বসমূহৰ গুণফল নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Find the polar equation of a conic with a focus as the pole and the line joining the focus to the corresponding vertex as the initial line.

নাভিক ধ্ৰুৱবিন্দু আৰু নাভিৰ পৰা শীৰ্ষবিন্দু সংযোগী ৰেখাক আদিৰেখা হিচাবে লৈ পোৱা শাংকৱৰ ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Find the equation of the tangent to $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ at (x_1, y_1).

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$-ৰ (x_1, y_1) বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(f) Find the equation of the right circular cylinder whose radius is a and axis is

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n}.$$

লম্ববৃত্তীয় বেলন এটাৰ সমীকৰণ উলিওৱা যাৰ ব্যাসাৰ্ধ a আৰু অক্ষ $\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n}$ ।

(g) Find the co-ordinates of the centre and radius of the circle $x - 2y - 2z + 7 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 4z - 35 = 0$.

$x - 2y + 2z + 7 = 0$,
$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 4z - 35 = 0$
বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰবিন্দুৰ স্থানাংক আৰু ব্যাসাৰ্দ্ধ উলিওৱা।

(h) Given $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}$, $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$, find the component of $\vec{a}$ along $\vec{b}$. Also find $\vec{a} \times \vec{b}$.

দিয়া আছে $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}$, $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{a}$-ৰ $\vec{b}$ দিশত থকা উপাংশটো উলিওৱা আৰু $\vec{a} \times \vec{b}$-ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

4. Answer ***any two*** parts : 10×2=20

যিকোনো দুটা অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) State the type of the conic and reduce it to canonical form :

$$7x^2 - 48xy - 7y^2 - 20x + 140y + 300 = 0$$

তলৰ শাংকৰটোৰ প্ৰকাৰ উল্লেখ কৰা আৰু ইয়াক canonical ৰূপলৈ সৰলীকৃত কৰা।

$7x^2 - 48xy - 7y^2 - 20x + 140y + 300 = 0$ ।

(b) (i) Find the condition that the equation $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents a pair of parallel straight lines. 5

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ সমীকৰণে এ যোৰ সমান্তৰাল সৰলৰেখা নিৰূপণ কৰাৰ চৰ্ত নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find the pole of the line $lx + my + n = 0$ with respect to the parabola $y^2 = 4ax$. 5

$y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তৰ সাপেক্ষে
$lx + my + n = 0$ ৰেখাৰ ধ্ৰুৱবিন্দু নিৰূপণ কৰা।

(c) (i) Find the equation of the sphere through the four points $(0, 0, 0)$, $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ and $(0, 0, c)$. 5

$(0, 0, 0)$, $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ আৰু $(0, 0, c)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা গোলকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) A plane passes through a fixed point (p, q, r) and cuts the axes in A, B, C. Show that the locus of the centre of the sphere $OABC$ is

$$\frac{p}{x}+\frac{q}{y}+\frac{r}{z}=2 .$$ 5

এখন সমতল এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দু (p, q, r)-ৰ মাজেৰে যায় আৰু অক্ষক A, B, C বিন্দুত ছেদ কৰে। প্ৰমাণ কৰা যে $OABC$ গোলকৰ কেন্দ্ৰৰ সঞ্চাৰপথ হ'ল $\frac{p}{x}+\frac{q}{y}+\frac{r}{z}=2$ ।

(d) (i) Find the equation of the Cone, whose Vertex is the origin and base is the circle

$x = a,\ y^2 + z^2 = b^2$. 5

মূলবিন্দু শীৰ্ষবিন্দু হোৱা আৰু
$x = a,\ y^2 + z^2 = b^2$ আধাৰ হোৱা শাংকুৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find the equation of the cylinder whose guiding curve is $f(x, y) = 0$, $z = 0$ and generators are parallel to $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$. 5

এটা চিলিণ্ডাৰৰ উৎপাদক ৰেখাডাল যদি $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$ ৰেখাৰ সমান্তৰাল হয় আৰু ইয়াৰ পৰিচালন বক্ৰ যদি $f(x, y) = 0$, $z = 0$ হয়, তেন্তে চিলিণ্ডাৰটোৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(e) (i) Let $\vec{v} = \langle 2, 3\rangle$, $\hat{e}_1 = \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$ and $\hat{e}_2 = \left\langle -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$, find the scalar components and vector components of $\vec{v}$ along $\hat{e}_1$ and $\hat{e}_2$. 5

ধৰা হ'ল $\vec{v} = \langle 2, 3 \rangle$, $\hat{e}_1 = \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$

আৰু $\hat{e}_2 = \left\langle -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$, $\vec{v}$ ভেক্টৰৰ $\hat{e}_1$ আৰু $\hat{e}_2$-ৰ দিশত ভেক্টৰ উপাংশ আৰু স্কেলাৰ উপাংশ উলিওৱা।

(ii) Show that the lines

$L_1 : x + 1 = 4t,\ y - 3 = t,\ z - 1 = 0$

$L_2 : x + 13 = 12t,\ y - 1 = 6t,\ z - 2 = 3t$

intersect and find their point of intersection. 5

দেখুওৱা যে

$L_1 : x + 1 = 4t,\ y - z = t,\ z - 1 = 0$

$L_2 : x + 13 = 12t,\ y - 1 = 6t,\ z - 2 = 3t$

ৰেখা দুডালে পৰস্পৰক ছেদ কৰে আৰু ছেদবিন্দুৰ স্থানাংক উলিওৱা।